

## Posudek vedoucího diplomové práce Bc. Jana Zapletala

### „The Boundary Element Method for the Helmholtz Equation in 3D“ (Řešení Helmholtzovy úlohy pomocí metody hraničních prvků)

Předložená diplomová práce se zabývá numerickým řešením různých typů okrajových úloh pro Helmholtzovu rovnici, a to jak na omezených, tak na neomezených oblastech v prostoru. Protože je známo fundamentální řešení Helmholtzova operátoru, lze (a to je právě obsahem této práce) tyto úlohy přeformulovat pomocí hraničních integrálních rovnic a tyto pak řešit třeba Galerkinovou metodou hraničních prvků. Tento přístup k řešení jistého typu okrajových úloh má oproti klasické metodě konečných prvků řadu výhod (redukuje dimenzi počítané úlohy, na neomezených oblastech není nutné dodávat zkreslující předpoklady na fiktivní hranici, ...), a proto – přestože je technicky mnohem náročnější – je v poslední době velmi aktuální, o čemž svědčí množství publikací i konferencí, které jsou přímo BEM věnovány.

Práce je rozdělena do pěti kapitol. Nejdříve jsou v kapitole „Function Spaces“ představeny prostory funkcí, v nichž budou hledána slabá řešení příslušných úloh. V kapitole „Helmholtz Equation“ autor ukazuje souvislost Helmholtzovy rovnice s šířením zvuku, formuluje základní typy okrajových úloh, definuje fundamentální řešení Helmholtzovy rovnice a dokazuje jeho základní vlastnosti, a to včetně vět o reprezentaci na omezené i neomezené oblasti. Třetí kapitola „Boundary Integral Equations“ je věnována definicím a základním vlastnostem potenciálů a jsou v ní velmi hezky popsány souvislosti mezi slabým řešením a slabým hraničním řešením a podmínky řešitelnosti příslušných úloh. V kapitole „Discretization and Numerical Realization“ autor seznamuje čtenáře s klíčovými prvky diskretizace hraničních integrálních rovnic odpovídajících jednotlivým úlohám i s tím, jak využíval kombinace numerické a analytické integrace při (velmi netriviálním) sestavování matic tuhosti. V poslední kapitole „Numerical Experiments“ si lze prohlédnout vypočtená řešení jednotlivých okrajových úloh a porovnat je se známým analytickým řešením.

Nyní k samotnému hodnocení předložené práce. Domnívám se, že se jedná o velmi úctyhodné dílo. Pan Zapletal se musel vypořádat s řadou velmi nesnadných úkolů. Už jenom správná formulace příslušných problémů (a jejich slabého a slabého hraničního řešení) a odpovědi týkající se jejich řešitelnosti vyžadují spoustu studia literatury i nastudování různých partií funkcionální

analýzy. Hlavní přínos autora však spočívá v numerickém řešení příslušných hraničních integrálních rovnic. Zde je nutné zdůraznit, že se jedná o velmi netriviální úkol: nejenom, že bylo třeba prokázat dobrou znalost programování v MATLABu, schopnost vypořádat se s diskretizací i poměrně složitých hranic oblastí (podívejte se na slona), ale při sestavování matic tuhosti bylo třeba spočítat i řadu komplikovaných dvojnásobných plošných integrálů s různými typy singularit. Zde nebylo možné vystačit s pouhou numerickou integrací, ale bylo třeba ji vhodně kombinovat s různými triky i s analytickými metodami výpočtu. V literatuře přitom lze najít pouze částečné (a ne vždy bezchybné) návody, jakou cestou se vydat. Například velmi netriviální analytický výpočet integrálu potřebný při vyčíslení hypersingulárního integrálního operátoru (viz kapitulu 4.4.5) je dílem autora. Takovýchto překážek bylo třeba překonat celou řadu. Panu Zapletalovi se to podařilo a numerické experimenty prokázaly, že jeho programy dobře fungují. Cenu práce zvyšuje i skutečnost, že (aspoň pokud je mi známo) takovýmto způsobem řešil všechny příslušné typy okrajových úloh pro Helmholtzovu rovnici u nás jako první, a neměl proto tolik možností konzultovat vzniklé obtíže.

V neposlední řadě bych rád ocenil, že práce je velmi hezky, pečlivě a srozumitelně napsaná (a to anglicky) a že má perfektní grafickou úpravu.

Velmi rád doporučuji ohodnotit tuto práci známkou „výborně“.

V Orlové 28. 4. 2011

Doc. RNDr. Jiří Bouchala, Ph.D.